Trabajo N° 4 Matemática 5to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 20/09

Grupo 2: 13/09

Wtp: 1140754757

Polinomios

Teoría

Antes de ver que es un polinomio daremos una definición anterior que nos permitirá entender el concepto de polinomio.

¿Qué es un monomio?

Un monomio es una expresión algebraica conformada por un coeficiente, una variable (generalmente x) y un exponente, por ejemplo:

$3x^4$

$2x^5$

x^2

¿Qué es un polinomio?

Un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma de un número finito de monomios.

$$P(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+...+a_2x^2+a_1x+a_0$$

. Donde n es un número natural y $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ...a_2, a_1, a_0$ son los coeficientes de los monomios.

No se asusten con ese choclo, es la escritura de cómo puede ser un polinomio en general, vean los ejemplos que son más lindos.

Por ejemplo:

$$P(x)=2x^3+3x^2+5x-3$$
$$Q(x)=x^6+1$$
$$R(x)=x^5-2x^2-5$$

Fíjense que le pongo la letra mayúscula que quiera para representarlo, y siempre la x, porque la variable es x, el polinomio depende de ella.

Tener en cuenta que si se tiene un exponente negativo no es un polinomio. Ejemplo:

$$P(x)=x^2+2x^{-1}-2$$

Características de un polinomio

Grado de un polinomio

El grado de un polinomio P(x) es el mayor exponente al que se encuentra elevada la variable x.

$P(x)=2x^3+3x^2+5x-3$ Polinomio de grado 3

$Q(x)=x^6+1$ Polinomio de grado 6

$R(x)=x^5-2x^2-5$ Polinomio de grado 5

Orden

Un polinomio está ordenado si los monomios que lo forman están escritos de mayor a menor grado.

$$F(x)=2x^3+3x^2-3$$

Coeficiente principal

Este es el que tiene que acompaña al monomio con mayor grado.

$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$ El 2 es el coeficiente principal

$R(x) = x^5 - 2x^2 - 5$ El 1 es el coeficiente principal

Termino independiente

Es aquel término que no contiene variable.

$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$ El -3 es el término independiente

$Q(x) = x^6 + 1$ El 1 es el término independiente

Completitud

Polinomio completo es aquel polinomio que tiene todos los términos desde el término independiente hasta el término de mayor grado.

$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$

Polinomio incompleto Es aquel polinomio que no tiene todos los términos desde el término independiente hasta el término de mayor grado.

$\mathrm{F}(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3$

Obtención de valores en un polinomio

¿Cómo obtengo el valor concreto de un polinomio?

Como veníamos haciendo un poco con las funciones la idea es darle un valor a X y reemplazarlo para ver el valor del polinomio en esa coordenada. Por ejemplo:

Tenemos la función $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$ Veamos cuánto valen

$P(3), P(-1), P(0)$

Vean que como el polinomio es $P(x)$ entonces, reemplazamos 3 por X y debería dar, lo mismo para las otros casos.

Para 3 sería:

$$
\begin{aligned}
P(x) &= 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3 \\
P(3) &= 2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 3 \\
P(3) &= 2 \cdot 27 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 - 3 \\
P(3) &= 75
\end{aligned}
$$

Hacemos lo mismo para -1:

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$$
$$P(-1) = 2\cdot(-1)^3 + 3\cdot(-1)^2 + 5(-1) - 3$$
$$P(-1) = -2 + 3 - 5 - 3$$
$$P(-1) = -7$$

Y por último para 0:

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$$
$$P(0) = 2\cdot 0^3 + 3\cdot 0^2 + 5\cdot 0 - 3$$
$$P(0) = 0 + 0 + 0 - 3$$
$$P(0) = -3$$

Suma y resta de polinomios.

La idea de la suma o la resta, es bastante directa. Lo que vamos a hacer es comparar los polinomios e ir sumando miembro a miembro. ¿Cómo sería esto? Supongamos que tenemos dos polinomios P(x) y Q(x), bueno. Lo que deberíamos hacer es, sumar el término independiente de P con el de Q, sumar el término que tiene una X de P con el que tiene una X de Q, sumar el término que tiene x^2 de P con el termino que tiene x^2 de Q. Y así sucesivamente. Es decir termino a término y viendo el coeficiente de cada MONOMIO para poder sumarlos. Ahora veamos algunos ejemplos para que nos quede un poco más claro.

Ejemplo 1:

Sean $\begin{matrix} Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1 \\ P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 2 \end{matrix}$ dos polinomios, calcular $Q(x) + P(x)$

Bien, como dije antes, la idea es sumar término a término los monomios que tienen el mismo grado. Entonces veamos cómo sería esto. Lo que haría para que sea más fácil a los polinomios incompletos (que le faltan términos) les pondría valor 0 para completar el polinomio. Veamos cómo queda esto ordenado.

$$Q(x) = x^4 + 0x^3 - 3x^2 + x + 1$$
$$P(x) = 0x^4 + x^3 - x^2 + 5x - 2$$

Agregue los términos con 0 para que me queden parejos y poder sumar de manera recta, termino con termino.

Ahora sumando termino con término CON LOS SIGNOS DE ADELANTE CORRESPONDIENTES. Veamos cómo nos queda.

$$\begin{array}{l} \quad x^4+0x^3-3x^2+x+1 \\ + \\ \quad \underline{0x^4+x^3-x^2+5x-2} \\ \quad x^4+x^3-4x^2+6x-1 \end{array}$$

Fíjense como fui sumando los coeficientes princípiales 1 a 1, con respecto a los que tienen el mismo grado. Entonces lo que nos quedaría es $Q(x)+P(x)=x^4+x^3-4x^2+6x-1$

La resta, se hace de manera similar. Termino a término, veamos cómo sería la resta de $Q(x)-P(x)$

Ahora a tener cuidado porque si es de manera similar pero como restaríamos, los de abajo van a estar negativos y hay que tener en cuenta los signos.

$$\begin{array}{l} \quad x^4+0x^3-3x^2+x+1 \\ - \\ \quad 0\underline{x^4+x^3-x^2+5x-2} \\ \quad x^4-x^3-2x^2-4x+3 \end{array}$$

Tengan en cuenta que no es lo mismo realizar Q(x)-P(x) que P(x)-Q(x). Analícenlo de la siguiente manera. No es lo mismo restar 8-3=5 que 3-8=-5. Ténganlo en cuenta a la hora de realizar el procedimiento.

Siempre ordenen los polinomios para poder ver más claro el término a término que les estoy diciendo.

Como para completar la idea resolvamos $P(x)-Q(x)$

$$\begin{array}{l} \quad 0x^4+x^3-x^2+5x-2 \\ - \\ \quad \underline{x^4+0x^3-3x^2+x+1} \\ \quad -x^4+x^3+2x^2+4x-3 \end{array}$$

<u>Multiplicación.</u>

Primero veamos para tener en cuenta la multiplicación de algún polinomio por un número natural o también llamado escalar. Ahora vamos a observar que se distribuye ese número con los términos del polinomio uno a uno. Por ejemplo con el Q(x) del ejemplo anterior, multipliquémoslo por 3.

$$Q(x)=x^4-3x^2+x+1$$

Es decir, veamos como quedaría $3\cdot Q(x)$

$$3 \cdot Q(x) = 3\left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right)$$
$$3Q(x) = 3x^4 - 3 \cdot 3x^2 + 3x + 3 \cdot 1$$
$$3Q(x) = 3x^4 - 9x^2 + 3x + 3$$

Aclaremos que esto puede pasar con cualquier número, es decir, fracciones, números irracionales, y función también para la división de estos escalares.

Ahora veamos concretamente la multiplicación de dos polinomios.

La idea es hacer propiedad distributiva entre los términos de los dos polinomios. Recuerden que cuando multiplicamos las X, estas hacen que se sumen los grados de ambos monomios.

Veamos un ejemplo utilizando el polinomio ya visto Q(x), con otro que vamos a escribir.

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x + 1$$
$$R(x) = x^2 - 2x$$

Calculemos $Q(x) \cdot R(x)$

$$Q(x) \cdot R(x) = \left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right) \cdot \left(x^2 - 2x\right)$$

Como dije antes, la idea sería hacer distributiva término con término y multiplicarlos de a uno.

$$Q(x) \cdot R(x) = \left(x^4 - 3x^2 + x + 1\right) \cdot \left(x^2 - 2x\right)$$
$$x^4 \cdot x^2 - 3x^2 \cdot x^2 + x \cdot x^2 + 1 \cdot x^2 + x^4 \cdot (-2x) - 3x^2 \cdot (-2x) + x \cdot (-2x) + 1 \cdot (-2x)$$
$$x^6 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 2x^5 + 6x^3 - 2x^2 - 2x$$
$$x^6 - 2x^5 - 3x^4 + 7x^3 - x^2 - 2x$$

Vean como distribuí uno con uno los términos y luego reordene el polinomio utilizando las sumas para que quede. Tengan en cuenta muchos los signos, fíjense que no son cuentas complicadas, pero son bastantes. Así que sean lo más prolijos posibles.

En este caso, hacer la operación $Q(x) \cdot R(x)$ o $R(x) \cdot Q(x)$ por que como la suma y la multiplicación son conmutativas puede pasar eso. En cambio. No pasa con la resta y la división. Ténganlo en cuenta.

Trabajo para entregar N°4

1. Determinar cuáles de los siguientes son polinomios, y si lo son. Dar grado, coeficiente principal, termino independiente, si esta completo y si esta ordenado.
   a) $P(x) = -x^6 + x^4 - 2x^2 + 1$
   b) $Q(x) = x^2 - 3x^6$

c) $F(x)=x^4-3x^2+x-x^{-1}+2$

d) $G(x)=2+\sqrt{3}x^3-3$

2. Obtener los valores indicados para cada función polinomica.

a) $P(x)=-3x^3+x-8$ hallar $P(3)$ y $P(0)$

b) $Q(x)=-5x^3-3x^2-9x+2$ hallar $Q(-2)$ y $Q(1)$

c) $R(x)=\frac{1}{2}x^4-3x^2$ hallar $R(-1)$ y $R(\sqrt{2})$

3. Hallar lo pedido:

La ganancia de una compañía se determina restando los costos de los gastos de los ingresos obtenidos en las ventas. Los costos de los gastos se representan con la siguiente ecuación:

Costos $C(x)=2x^2-60x$. Los ingresos de las ventas se representan con la siguiente ecuación:

Ingresos en ventas $R(x)=8050+420x$

a) Determinar el polinomio que representa la ganancia de la compañía.

b) Si x representa el total de objetos que vendieron, calcular la ganancia obtenida por la compañía después de vender 100 objetos.

4. Hallar lo pedido

Los lados de un cuadrilátero miden x , $2x$, x^2 y $\left(x^2-x\right)$.

a) ¿Cuál es la expresión algebraica que corresponde al perímetro de la figura?

b) ¿Cuál es el perímetro si x es igual a 2?

c) ¿Podría ser el valor de x =1? Justificar la respuesta

5. Dados los siguientes polinomios, realizar las operaciones indicadas:

$P(x)=x^3-x^2-10x+5$; $Q(x)=-8x^5+2x^3-4x^2-1$

$R(x)=x^3-2x^2-5x-3$; $T(x)=x^2+3$

a) $P(x)+Q(x)$

b) $P(x)-2Q(x)$

c) $Q(x)-R(x)$

d) $R(x)\cdot T(x)$

e) $R(x)-Q(x)$

f) $T(x)\cdot R(x)$

6. Resolver:

a) $\left(2x^6-3x^4+x^3-3\right)\left(-4x^4\right)$

b) $\left(x^3-4x^2+2\right)\left(-x^4-2x\right)$

c) $\left(x^2-\frac{1}{2}\right)\left(4x^3-5x^2-x+1\right)$

d) $\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{2}\right)$

e) $3\left(-\frac{1}{9}x+x^{3}\right)+\frac{1}{2}\left(4x+2x^{2}-2\right)$